O origami no ensino da Matemática

A construção de um origami parte sempre da dobragem de uma folha de papel num quadrado perfeito. Ao voltarmos a dobrar este quadrado podemos obter triângulos e outros polígonos consoante a forma como dobrarmos o papel e aquilo que pretendemos construir.

Desta forma, ao utilizarmos diferentes figuras geométricas, podemos perceber a relação direta que se estabelece entre a construção de um origami e a Matemática.

Geometria e Origami

- As relações entre geometria e origami são muitas, a começar pela forma do papel escolhido (círculo, quadrado, retângulo, triângulo) e as suas dobras que levam a diferentes divisões de planos e ângulos;
- Muitos conceitos de Matemática estão presentes na arte da dobragem, o que a torna numa ferramenta muito eficiente para professores;
- Um exemplo de como o origami permite explorar conceitos geométricos é o da construção dos sólidos platónicos (poliedros convexos cujas faces são polígonos regulares);
- São cinco sólidos platónicos: tetraedro, cubo, octaedro, dodecaedro e icosaedro.

Dobragens Simples

Objetivos: Através de dobragens, explorar conceitos elementares de geometria plana:

a) Dados dois pontos distintos, existe uma única reta que contém esses pontos;

b) Ponto médio de um segmento;

c) Construção da bissetriz de um ângulo;

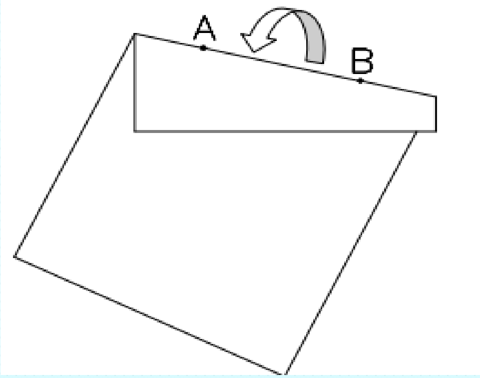
d) Construção da mediatriz de um segmento.

Pré-requisitos: Noções de ponto, reta, plano, segmento, semirreta e ângulo.

A. Dados dois pontos distintos, existe uma única reta que contém esses pontos.

- **1º passo:** Marque dois pontos A e B (distintos) quaisquer.

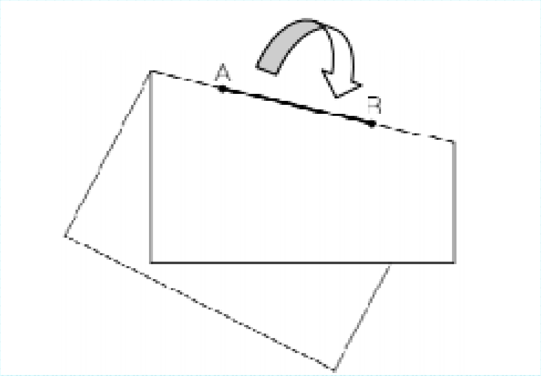
2º passo: Faça uma dobragem no papel que passe por A e B ao mesmo tempo



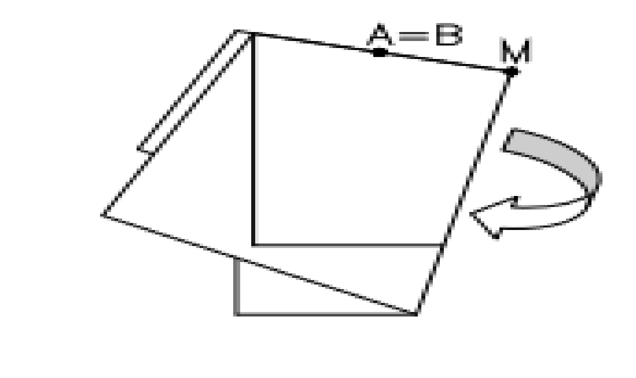
B. Ponto médio de um segmento: Para cada segmento é sempre possível determinar o ponto médio.

Chama-se ponto médio de um segmento AB ao ponto M neste segmento tal que os segmentos AM e MB são congruentes.

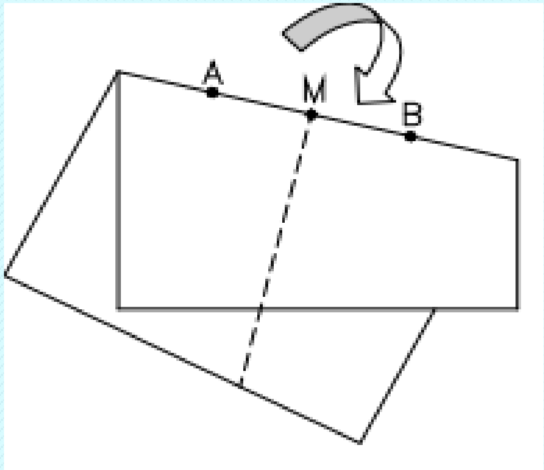
1º passo: Faça uma reta qualquer. Marque os pontos A e B sobre a reta.



2º passo: Faça uma dobragem coincidindo os pontos A e B.



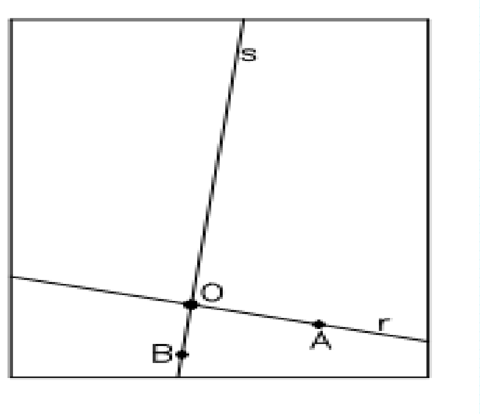
3º passo: Desdobre e marque o ponto M na interseção das retas.



Resultado: Observou-se que a partir do segundo passo, os segmentos AM e MB se sobrepõem, o que corresponde a dizer que tais segmentos são congruentes.

C. Construção da bissetriz: Para cada ângulo é sempre possível determinar a sua bissetriz.

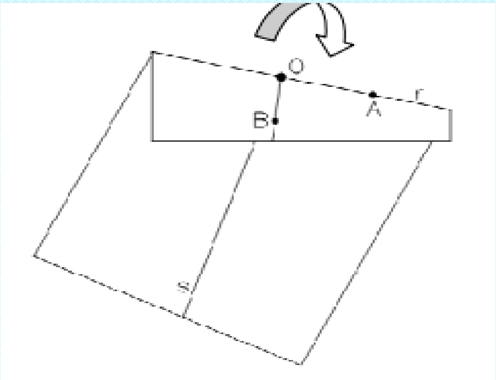
Considere duas retas r e s quaisquer, concorrentes. Seja o ponto O a interseção das duas retas;



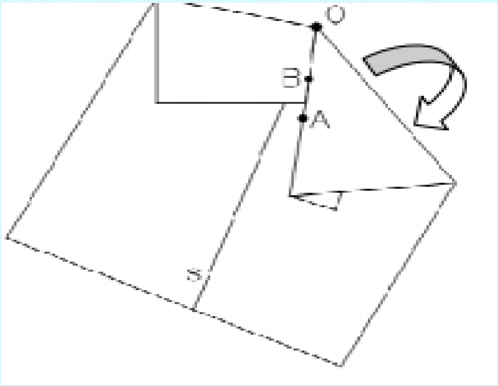
Seja o ponto A pertencente à reta r e o ponto B à reta s;

Será determinada a bissetriz do ângulo AÔB.

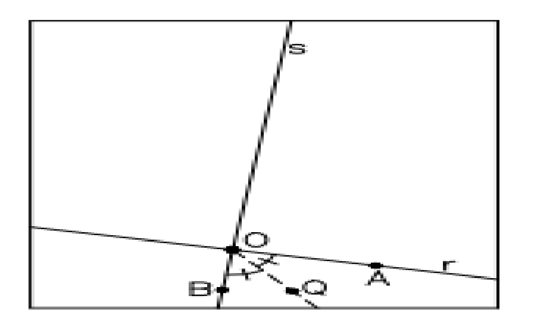
1º passo: Faça a dobragem sobre a reta r.



2º passo: Faça uma dobragem sobrepondo os segmentos OA e OB.



3º passo: Desdobre. Marque o ponto Q sobre a dobragem.

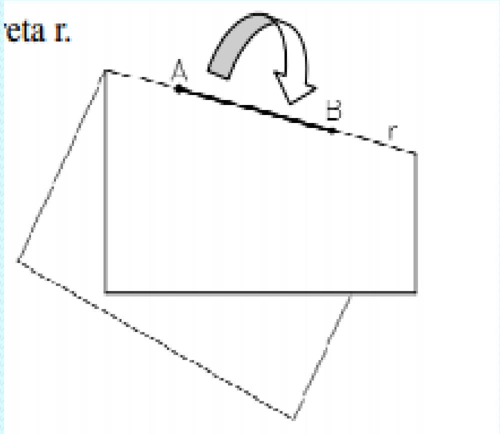


Resultado: Após o segundo passo, observa-se que o ângulo AÔQ se sobrepõe ao ângulo BÔQ, logo são congruentes. Portanto, a semirreta OQ divide o ângulo AÔB em dois ângulos congruentes: OQ é a bissetriz de AÔB.

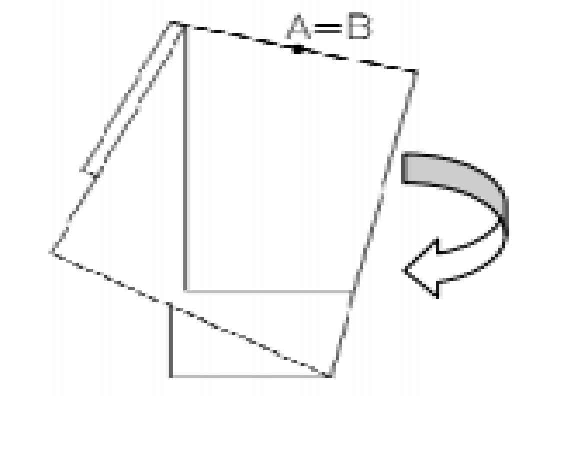
D. Construção da mediatriz: Para cada segmento é sempre possível construir a sua mediatriz.

Dados os pontos A e B pertencentes ao plano, a sua mediatriz é o conjunto dos pontos do plano que equidistam de A e B.

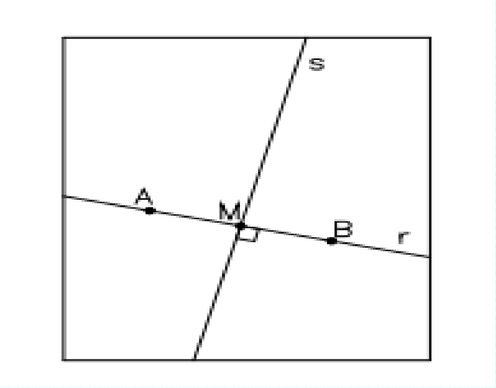
1º passo: Marque os pontos A e B na folha e faça uma dobragem que passe por ambos, determinando a reta r.



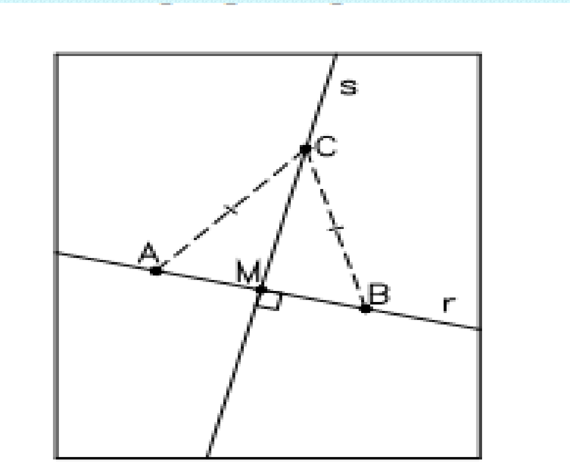
2º passo: Dobre o papel, coincidindo o ponto A com o ponto B.



3º passo: Desdobre. A dobragem determina a reta s. Marque o ponto M na interseção das retas.



4º passo: Marque o ponto C sobre a reta s. Faça uma dobragem que passa pelos pontos A e C e outra que passa por B e C.



Resultado: Observa-se que AC e BC são congruentes, portanto a reta s é mediatriz do segmento AB; a reta s é perpendicular ao segmento AB, intersetando-a no seu ponto médio.

Fonte: http://www.ime.unicamp.br/~eliane/ma241/trabalhos/origami.pdf

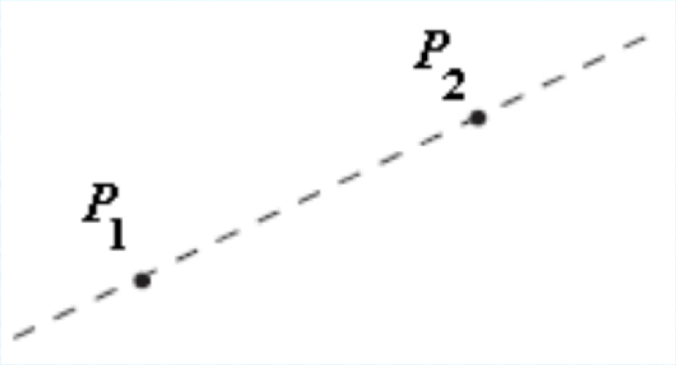
Axiomas de Huzita-Hatori

Na década de 1970, Humiaki Huzita descreveu seis operações básicas para definir um único vinco que, por si só, alinha várias combinações de pontos e retas existentes;

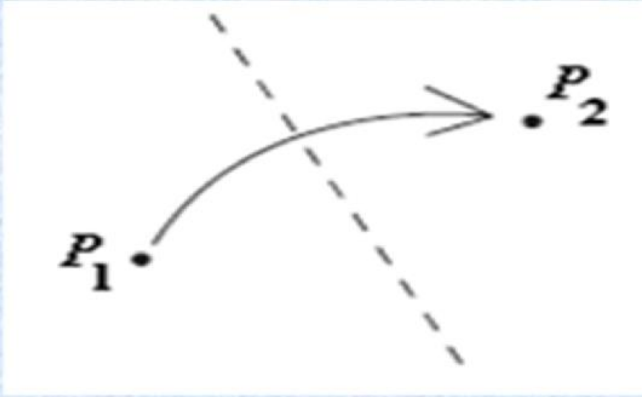
Todavia em 2002, Koshiro Hatori apresentou uma dobragem que não era descrita pelos axiomas de Huzita surgindo assim formalmente um sétimo axioma;

Assim os sete axiomas, conhecidos como Axiomas Huzita-Hatori, definem o que é possível construir com uma única dobragem, fazendo incidir combinações de pontos e retas.

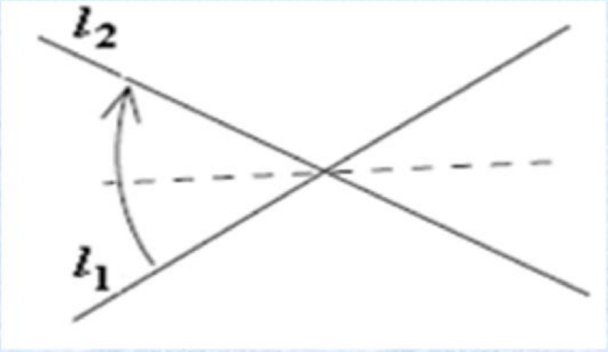
Axioma 1: Dados dois pontos, P_1 e P_2, há uma dobragem que passa pelos dois pontos.



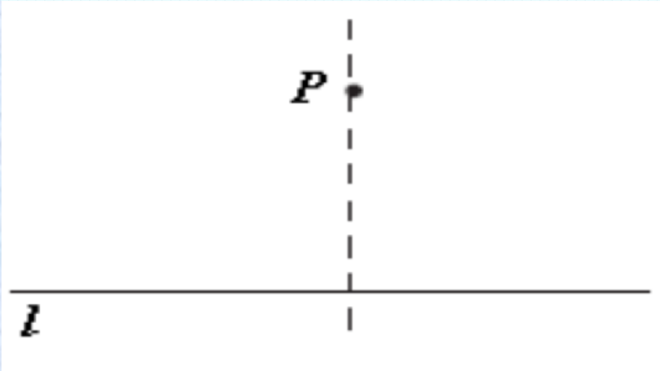
Axioma 2: Dados dois pontos, P_1 e P_2, há uma dobragem que os torna coincidentes.



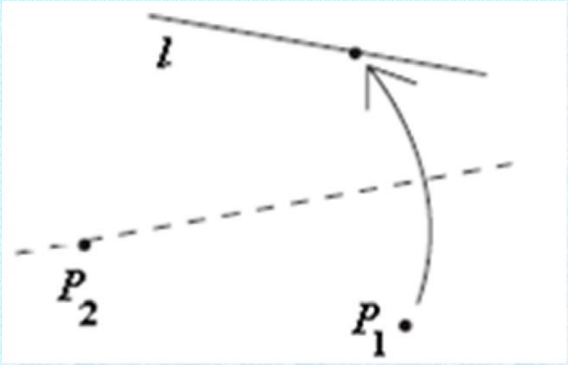
Axioma 3: Dadas duas retas, l_1 e l_2, há uma dobragem que as torna coincidentes.



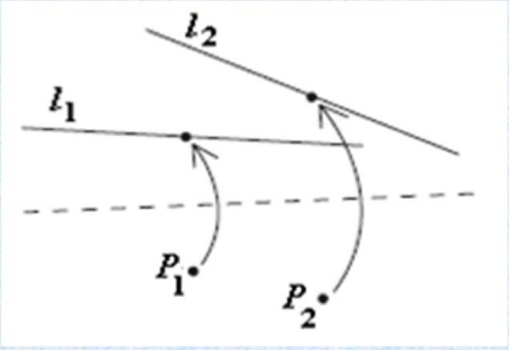
Axioma 4: Dados um ponto P e uma reta l, há uma dobragem perpendicular a l que passa por P.



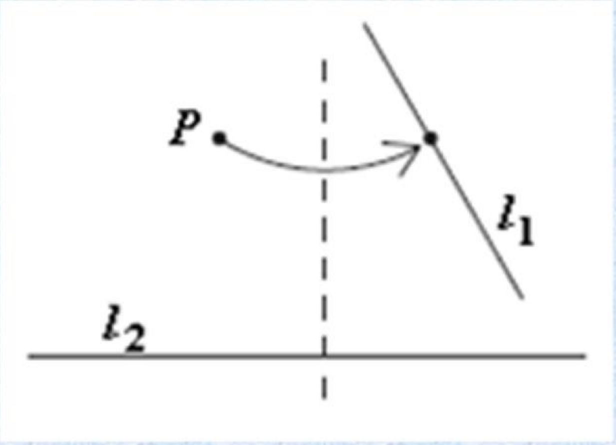
Axioma 5: Dados dois pontos, P_1 e P_2, e uma reta, l, se a distância de P_1 a P_2 for igual ou superior à distância de P_2 *a* l, há uma dobragem que faz incidir P_1 em l e que passa por P_2.



Axioma 6: Dados dois pontos, P_1 e P_2, e duas retas, l_1 e l_2, se as retas não forem paralelas com uma distância superior à distância entre os pontos, há uma dobragem que faz incidir P_1 em l_1 e P_2 em l_2.

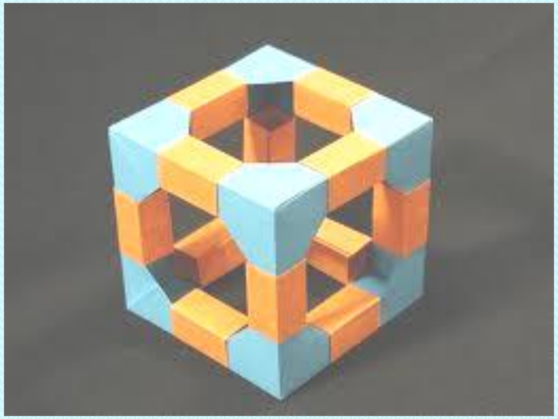


Axioma 7: Dado um ponto, P, e duas retas, l_1 e l_2, se as retas não forem paralelas, há uma dobragem que faz incidir P em l_1 e é perpendicular a l_2.



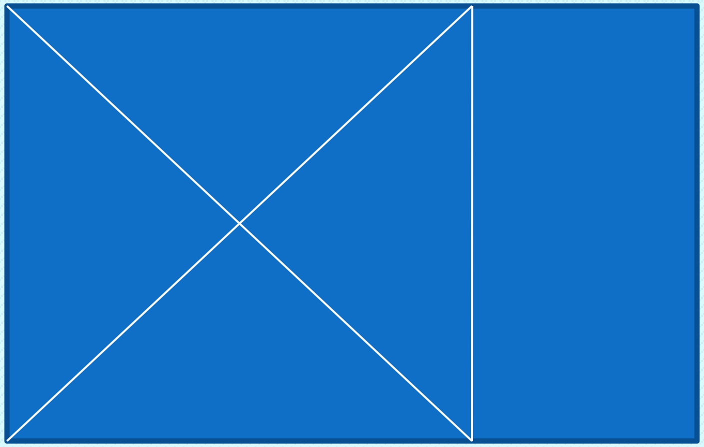
Fonte: http://www.matematicarecreativa.uac.pt/am1112-16-Ax.pdf

Atividades Matemáticas com Origami



Atividade 1: Conceitos Geométricos

A) A partir de uma folha retângular constrói um quadrado:



B) De quantas maneiras pode um quadrado ser dividido em quatro partes geometricamente iguais?

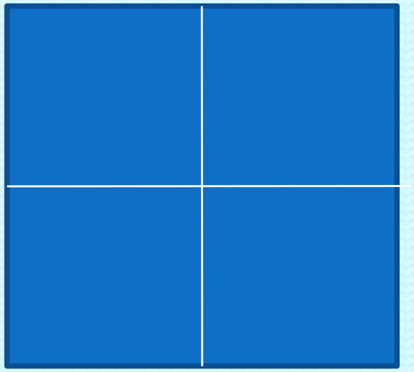


Fig. 1

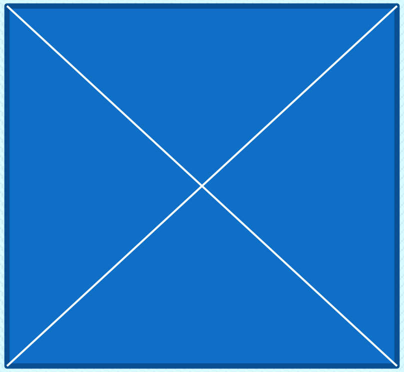


Fig. 2

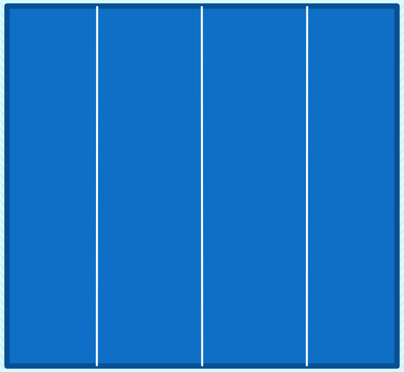


Fig. 3

B1) Em cada figura podes identificar retas paralelas e retas perpendiculares. Apresente alguns exemplos.

B2) Identifica eixos de simetria do quadrado a partir das dobragens que efetuaste. Consegues encontrar outros?

B3) Observando a figura 2, as linhas a tracejado mostram as diagonais do quadrado, ou seja, retas que unem vértices não adjacentes. Existem outras?

R: ***NÃO!***

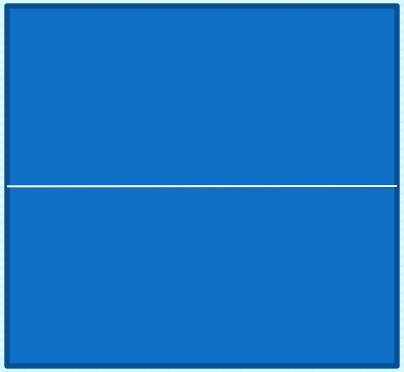
B4) Classifica os triângulos que obtiveste na figura 2 quanto aos lados e quanto aos ângulos.

R: *Podes verificar que os triângulos, além de retângulos, são isósceles.*

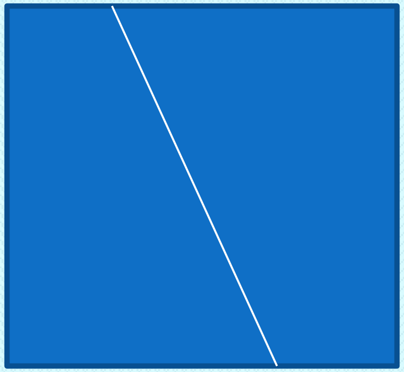
B5) Relativamente à figura 1, quantos quadrados consegues identificar?

R: *Cinco.*

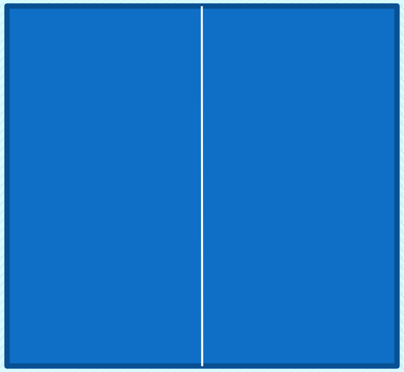
C) Determina o ponto médio do lado de um quadrado:



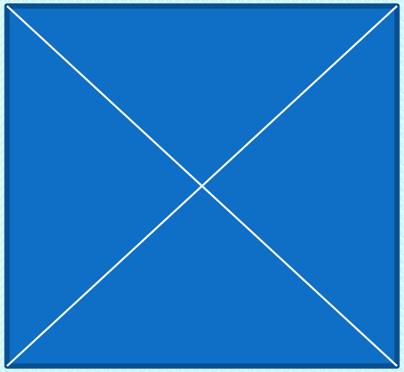
D) Constrói dois trapézios congruentes (com ângulos e lados correspondentes iguais), dobrando uma folha quadrada de papel ao longo de uma linha qualquer que passe pelo centro:



E) Constrói a mediatriz de um segmento dobrando a folha quadrada ao meio. O vinco obtido é a mediatriz dos lados opostos do quadrado.



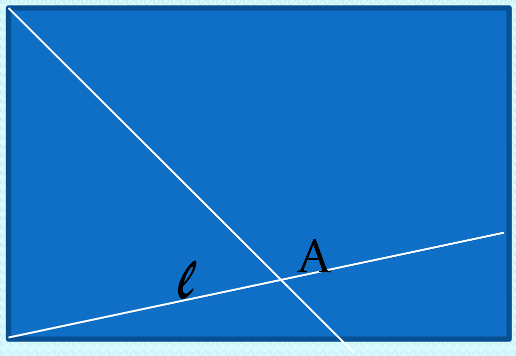
F) Determina o centro de um quadrado.

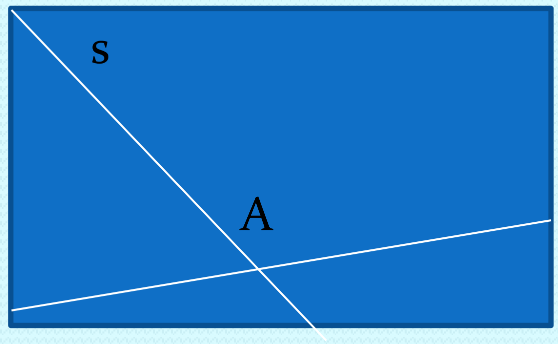


Consegues descobrir outras formas de determinar o centro de um quadrado? Quais?

G) Para representares uma reta numa folha basta que faças uma dobra aleatória. O vinco que obténs será a tua reta. Designa-a por ℓ. De seguida, marca um ponto qualquer, A, na tua folha que não pertença à reta. Por dobragens constrói uma reta paralela à reta ℓ que passe por A.

1º passo: Constrói uma dobra que passe por A e seja perpendicular à reta ℓ . Para conseguires o pretendido, sobrepõe a reta ℓ sobre si mesma. Designa a reta obtida por s.



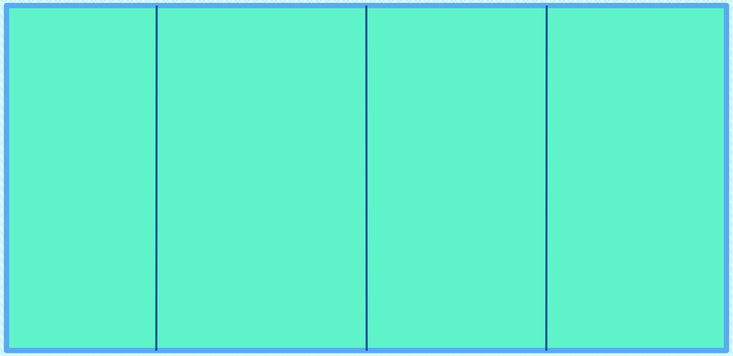


2º Passo: De modo semelhante, traça uma perpendicular a s, que será paralela a ℓ.

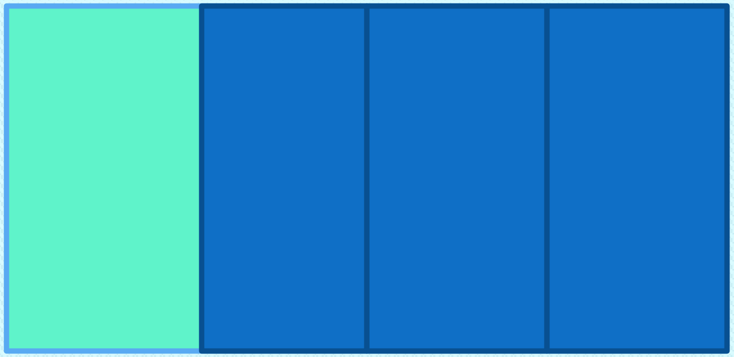
Atividade 2: Frações

A que corresponde 2/3 de 3/4?

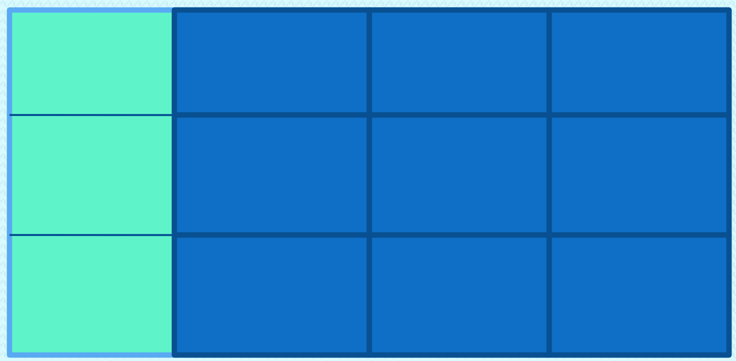
A) Dobrar uma folha de papel em quatro partes iguais, na vertical.



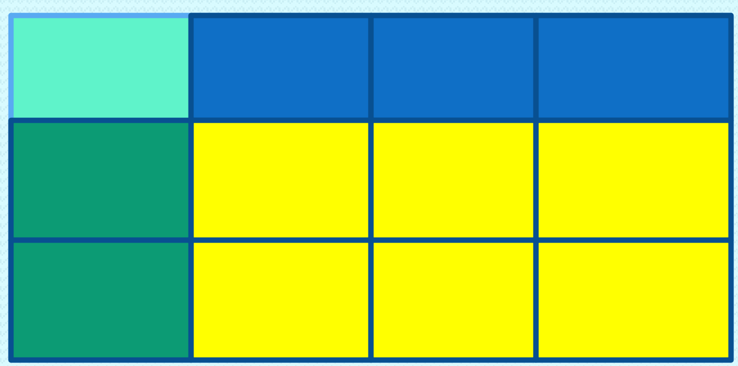
B) Pinta três das quatro partes da folha de papel.



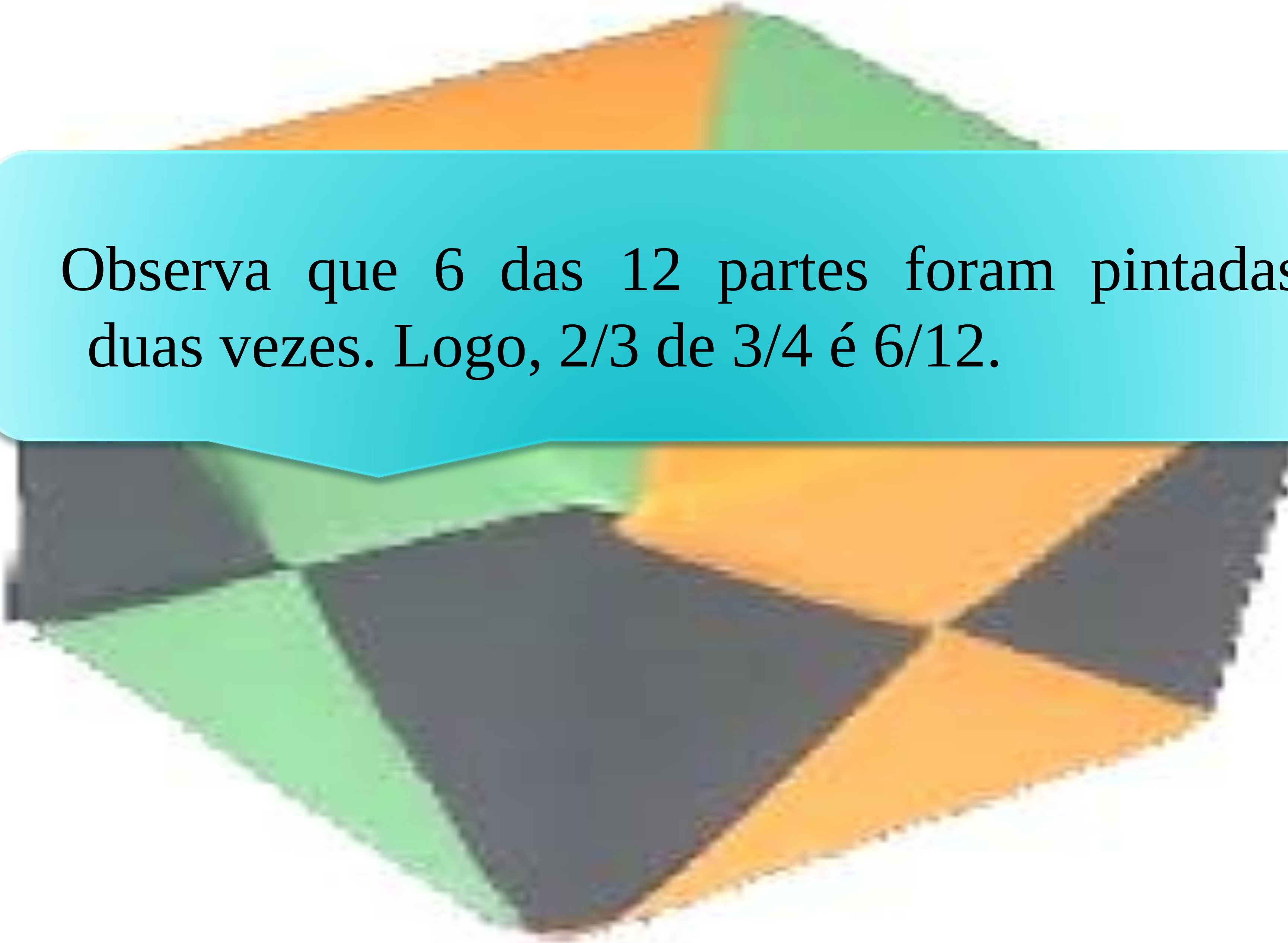
C) Dobra a folha em três, na horizontal. A folha fica assim dividida em doze partes iguais.



D) Desdobra a folha e pinta duas das três partes com uma cor diferente.



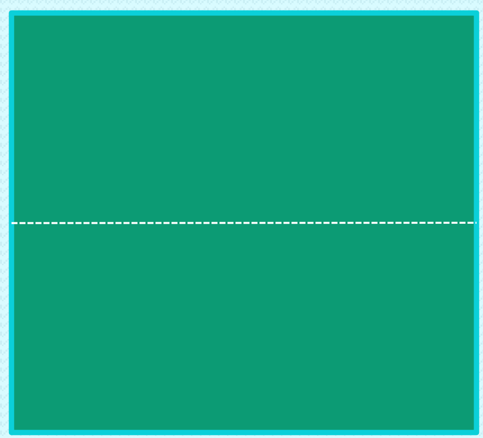
Observa que 6 das 12 partes foram pintadas duas vezes. Logo, 2/3 de 3/4 é 6/12.



Atividade 3: Construir uma sucessão

A) Começa com uma folha quadrada. Inicialmente tens uma camada de papel e zero dobras.

B) Dobra a folha ao meio. Conta o número de camadas. Regista o número.



C) Dobra novamente a folha ao meio e conta o número de camadas. Regista o número.

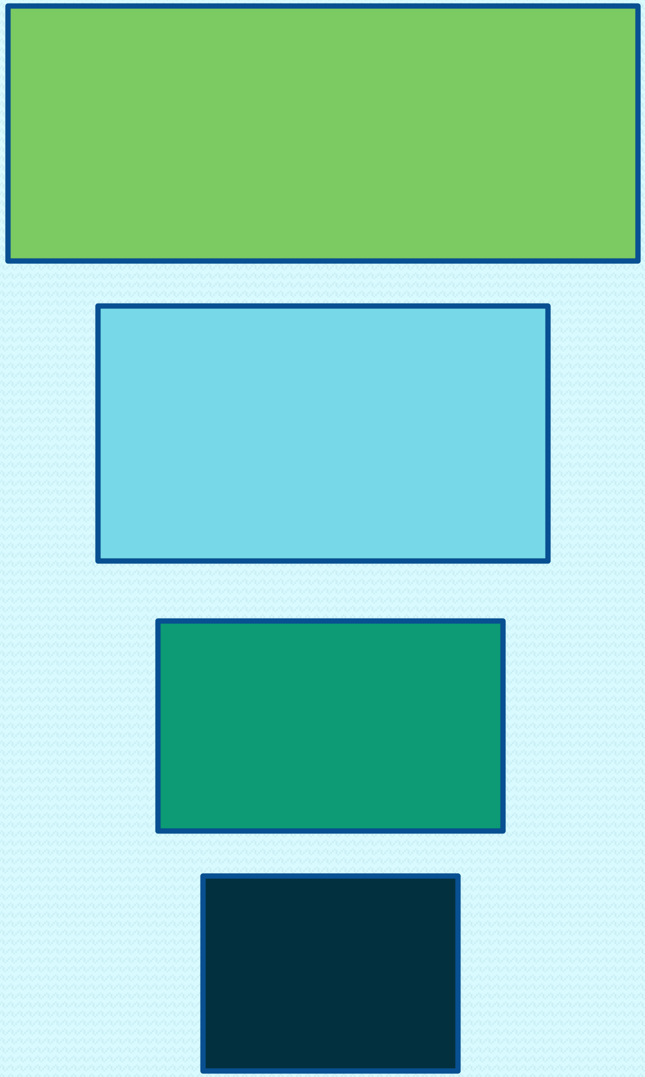
D) Repete o mesmo procedimento e conta o número de camadas. Preenche a tabela.

Número de Dobras	Número de Camadas
0	
1	
2	
3	
4	
…	
n	

E) Traduz os dados registados por uma expressão matemática.

Número de Dobras	Número de Camadas
0	1
1	2
2	4
3	8
4	16
…	
n	2^n

Ora, 1,2,4,8,... é uma sucessão. O seu primeiro termo é 1, o segundo termo é 2, etc... O termo geral é 2^n.



Fonte: PROVIDÊNCIA, N. et al. Experiências Matemáticas...com origami. Selfos Projeto

Bibliografia

- BAICKER, Karen. *Origami Math*. Scholastic.

- PROVIDÊNCIA, N. et al. *Experiências Matemáticas… com origami*. Selfos Projeto.

- SUZUKI, Soraya et al. *A Geometria do Origami*. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica – IMECC (2006). Disponível em:

  http://www.ime.unicamp.br/~eliane/ma241/trabalhos/origami.pdfhttp://www.matematicarecreativa.uac.pt/am1112-16-Ax.pdf

- http://revistacontemporartes.blogspot.pt/2012/04/arte-milenar-do-origami-contribuindo.html
- http://www.ensinar-aprender.com.br/2011/04/dobraduras-e-atividades-recortadas.html