

Origami: Matemática e Sentimento

por
Fátima Ferreira de Oliveira

2004

Agradecimentos :)

- Claudio Saiani
- Hideo Kumayama
- Antônio Sales da Silva
- Maité Kulesza
- Jose Eduardo Deboni

Amigos são aquelas raras pessoas que nos perguntam como estamos e que depois ficam à espera de ouvir a resposta.

Objetivo

- Uso de dobraduras em papel (origami) como material complementar e lúdico para o ensino de matemática.
- Conteúdo
 - Ensino da Geometria
 - O uso de dobraduras no ensino
 - Histórico do Origami
 - Exemplos de Aplicações
 - na tecnologia
 - na matemática
 - Exercícios

Matemática: conhecimentos e habilidades

- Algumas habilidades que o estudo de Matemática desenvolve:
 - quantidade, **forma**, **tamanho**, cor
 - Vocabulário ligados à **Simetrias e Congruências**
 - Divisões, Frações, Razões, Relações e Proporções
 - **Solução de problemas**, análise, **desafios**, discussão
 - Visão **espacial**, investigação de **figuras e relações espaciais**
 - Explorar **padrões** e realizar conexões
- Diferentes áreas : Aritmética, Álgebra e **Geometria**

Origami: Matemática e Sentimento

Fatima, 2004

O ensino da geometria

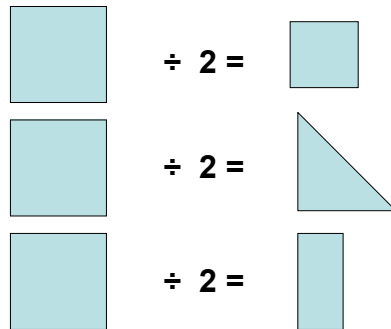
- Geometria
 - Ciência muito antiga
 - Geom. Euclidiana primeira disciplina científica indutiva.
 - **Geometria** usa métodos **sintéticos** (juntar)
 - **Álgebra** usa métodos **analíticos** (separar)
 - No entanto os métodos algébricos são
 - mais fáceis de generalizar e
 - melhores para a computação.
- Conseqüência:
 - Geometria perde espaço (no ensino) para a **Álgebra**

Origami: Matemática e Sentimento

Fatima, 2004

Matemática: Conceitos e habilidades

$$8 \div 2 = 4$$



*... uma saudável
inquietação*

Origami: Matemática e Sentimento

Fatima, 2004

Proposta para ensino de Geometria

- Apresentar a geometria não como uma estrutura completa,
- Mas como uma matemática com raízes na realidade
- Que ajuda a resolver problemas do dia a dia.
- Bases:
 - realização das formas
 - extensão gradual dos pontos de vista do mundo
 - experimentação, modelagem
 - visualizar o ponto, a reta, o plano e as relações entre eles.
- Dobraduras de papel criam um ambiente ideal

Fonte : Kunínová

Origami: Matemática e Sentimento

Fatima, 2004

Frobel e as dobraduras



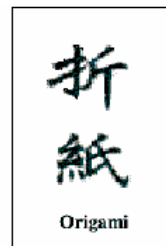
- Friedrich Froebel (1782-1852) educador alemão
- Iniciou o uso de dobraduras como ferramenta de ensino
- Criador do "kindergarten" (jardim da infância)
- Dividia as dobraduras em 3 estágios:
 - Dobras de verdade :
 - geometria elementar (princípios da geometria Euclidiana)
 - Dobras da vida :
 - noções básicas de dobradura,
 - dobras tradicionais de pássaros e animais.
 - Dobras da beleza :
 - levar à criatividade e à arte.

Origami: Matemática e Sentimento

Fatima, 2004

Origens do Origami

- ORIGAMI = ORI (dobrar)
+ KAMI (papel, Deus)



- KIRIGAMI - Dobrar e Cortar
- HARICUKE ORIGAMI - Dobrar o papel e colar
- Origem na China ou no Japão?

Origami: Matemática e Sentimento

Fatima, 2004

Origens do Origami

- China
 - 105 d C a invenção do papel por T'sai Lao
 - 500 d.C. papel chegou ao Japão



Origami: Matemática e Sentimento

Fatima, 2004

Origens do Origami

- Japão
 - ornamentos xintoístas (*Katashiro*)
 - Saquê : duas borboletas ou mariposa representando a união
 - Peíodo Muromachi (1338-1573), o papel fica mais acessível,
 - Adornos representam a classe social do seu portador



Origami: Matemática e Sentimento

Fatima, 2004

Wakoku Chiyekurabe, de Kan Chu Sen

- 1721, primeiro livro referente a dobras e corte com um contexto matemático que se tem conhecimento
- Variedade de problemas envolvendo raciocínio matemático .

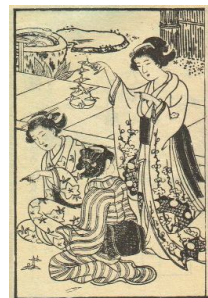
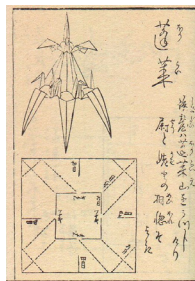


Origami: Matemática e Sentimento

Fatima, 2004

História do Origami

- Período Tokugawa (1603-1867) surgiu a dobradura original do *tsuru* (cegonha), a dobradura mais popular no Japão.
- Os dois livros com as primeiras instruções são:
 - **Como dobrar mil passaros** de Sembazuru Orikata (1797)
 - **Janela aberta e a estação de inverno** de Kan no Mado (1845)

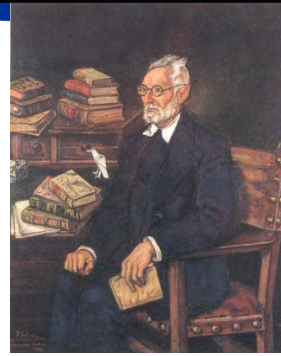


Origami: Matemática e Sentimento

Fatima, 2004

Da Ásia para o Ocidente

- século VIII árabes descobrem as dobraduras
 - a religião muçumana proíbe ícones,
 - mas eles usavam dobraduras para estudar matemática !
- século XII chegada na Espanha (árabes)
 - "pajarita é parte da cultura popular espanhola século XVII
- 1889 Miguel de Unamuno
 - visita exposição mundial e no estande do Japão conhece origami. Cria escola na Espanha.
- 1950 - 1960 norte-americanos descobrem origami
 - Lilian Oppenheimer, funda o The Origami Center New York (1958)

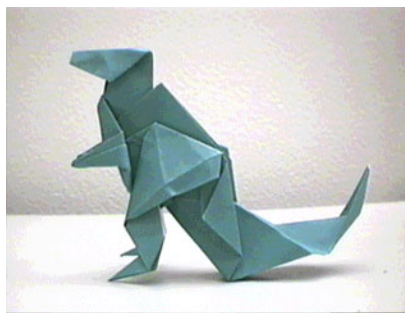


Origami: Matemática e Sentimento

Fatima, 2004

Akira Yoshizawa O Michelangelo do papel

- 1956 Akira Yoshizawa : patriarca do origami moderno
 - sistema Yoshizawa-Randlett de regras para representação gráfica das dobras



Bases são dobras que servem como matrizes para a produção de figuras

Origami: Matemática e Sentimento

Fatima, 2004

Correntes modernas do Origami Anos 80

- Oriental (japonesa)
 - praticado por artistas como filosofia e arte
 - captar a essência, expressar, sugerir
 - mínimo de dobras
 - figura resultante não precisa ser anatomicamente perfeita
- Ocidental (americana)
 - praticado por matemáticos, engenheiros, físicos e arquitetos.
 - exatidão anatômica, formas, proporções e números exatos.
 - processos matemáticos, técnicas geométricas de desenho
 - recursos computacionais.
- Hoje as duas escolas se confundem.



Origami: Matemática e Sentimento

Sadako a menina de Hiroshima – Os mil grous de papel



- Sadako Sasaki que vivia em Hiroshima,
- tinha 2 anos, quando da primeira bomba atômica
- Aparentemente ela nada sofreu.
- Aos 12 anos descobriu que estava com leucemia.
- Uma lenda dizia que se dobrasse mil grous, ficaria curada.
- Sadako resolveu fazer os mil grous.
- mas em 25 de outubro de 1955, ela morreu
- em 1958, amigos construíram um monumento : Monumento das Crianças à Paz, colocado no Parque da Paz, no centro de Hiroshima, exatamente onde havia caído a bomba.
- *"este é o nosso grito esta é a nossa prece construir a paz no mundo que é nosso."*

Origami: Matemática e Sentimento

Fatima, 2004

Benefícios do Origami na classe

- Estudos sociais
 - novas culturas
 - promover o intercâmbio cultural
 - criação individual e coletiva
- Artes
 - senso estético
 - criação de ornamentos : Caixas, vasos, objetos, figuras, esculturas
 - narração de histórias e teatro com apoio de figuras do origami
- Ciências e meio ambiente.
 - reciclagem de papéis
 - criação de animais, pássaros, insetos e plantas a partir de material reciclado
- Coordenação motora
 - desenvolvimento da organização,
 - seqüências de atividades,
 - memorização de passos
 - coordenação motora fina do aluno.

Origami: Matemática e Sentimento

Fatima, 2004

Exemplos de Aplicação

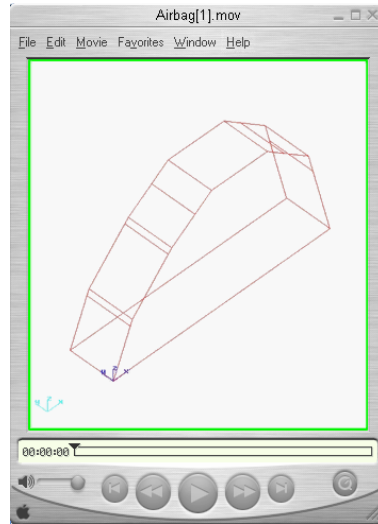
- Aplicações Atuais de Tecnologia
- Aplicação em Matemática
 - Figuras Planas
 - Teoremas e Demonstrações
 - Figuras Tridimensionais
 - Cônicas

Origami: Matemática e Sentimento

Fatima, 2004

Outras aplicações: Origami computacional

- Air bag
- Robótica
- Automação industrial
- Antenas de satélites
- Análise de proteínas



Origami: Matemática e Sentimento

Fatima, 2004

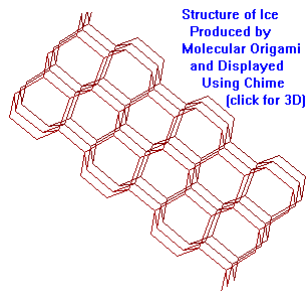
Projeto de telescópios (eyeglass)



Origami: Matemática e Sentimento

Fatima, 2004

Origami molecular



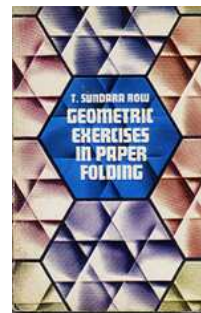
Structure of Ice
Produced by
Molecular Origami
and Displayed
Using Chime
(click for 3D)



Origami: Matemática e Sentimento

Aplicações na Matemática

- **T. Sundara Row**
Geometric Exercises in paper folding,
(Exercícios geométricos em origami)
- Clássico da aplicação do Origami na Matemática
- Publicado em Madras, Índia, em 1893.
- Editado em 1905
- Reeditado em 1966
- A intenção do autor é mostrar a construção de polígonos regulares por origami, e demonstrar certas proposições geométricas.
- Vamos ver alguns exemplos deste livro:

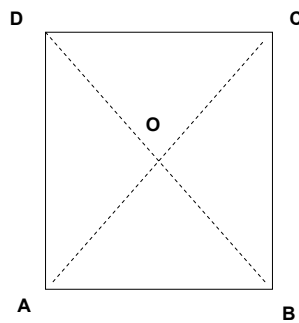


Origami: Matemática e Sentimento

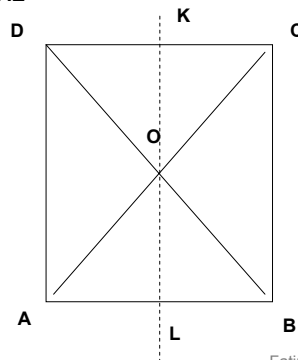
Fatima, 2004

Figuras Planas: Uma quadrado inscrito em outro 1 / 4

- Dobre sobre as diagonais BD e AC.
- Dobre o lado BC sobre o lado AD.
- Desdobre o papel e surgirá a dobra KL



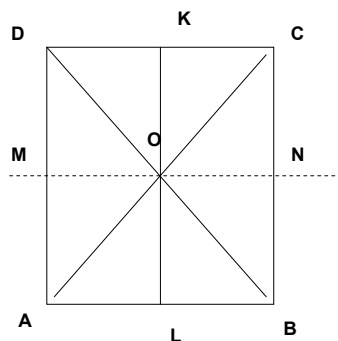
Origami: Matemática e Sentimento



Fatima, 2004

Figuras Planas: Uma quadrado inscrito em outro 2 / 4

- Dobre o lado CD sobre AB. Desdobre e chame a dobra feita de MN
- Leve o ponto A até o centro O, faça o mesmo com D, C e B.
- Desdobre e agora surgiram as dobras ML, LN, NK, e KM formando o quadrado KMLN, que é inscrito no quadrado ABCD.

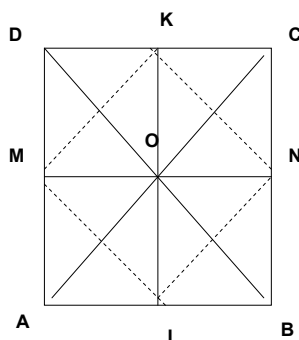


Origami: Matemática e Sentimento

Fatima, 2004

Figuras Planas: Uma quadrado inscrito em outro 3 / 4

- Desdobre e agora surgiram as dobras ML, LN, NK, e KM formando o quadrado KMLN, que é inscrito no quadrado ABCD.

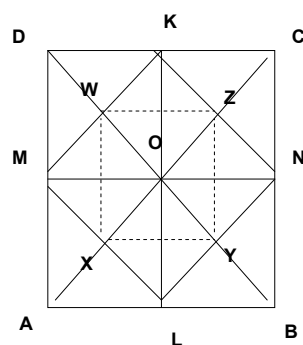


Origami: Matemática e Sentimento

Fatima, 2004

Figuras Planas: Uma quadrado inscrito em outro 4 / 4

- Para inscrever um quadrado menor no quadrado KMLN:
 - Dobre K até o centro O, e faça o mesmo com M, N e L. Agora suugira o quadrado WXYZ, onde W é o ponto médio de KM, X é o ponto médio de ML, Y é o ponto médio de LN, e Z é o ponto médio NK.

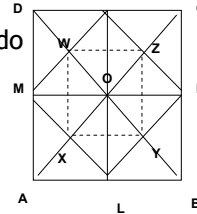


Origami: Matemática e Sentimento

Fatima, 2004

Observações geométricas:

- O quadrado WXYZ possui metade da área do quadrado KMNL.
 - $WXYZ = \frac{1}{2} KMNL$ e $KMNL = \frac{1}{2} ABCD$,
 - então $WXYZ = \frac{1}{4} ABCD$.
- Repetindo o processo os quadrados diminuem em relação a ABCD na seguinte ordem:
 - $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}$, etc. ou $\frac{1}{2}, \frac{1}{2^2}, \frac{1}{2^3}, \frac{1}{2^4}$, etc.
- Cada quadrado possui metade da área do anterior,
- Os 4 triângulos externos possuem metade da área do quadrado circunscrito.
- O centro do quadrado ABCD, é o ponto O que é o centro de todos os quadrados inscritos.



Origami: Matemática e Sentimento

Fatima, 2004

Figuras Planas:

- Esta área de aplicação permite ainda:
 - Construção de um triângulo equilátero
 - Construção de um triângulo isóceles
 - Construção de 3 retângulos semelhantes
 - etc...

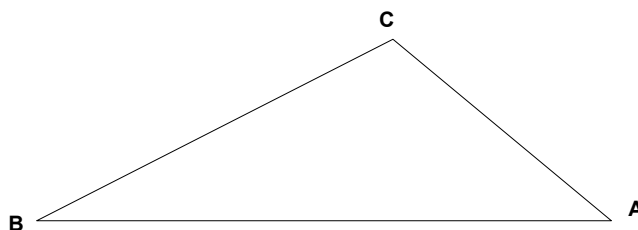
Origami: Matemática e Sentimento

Fatima, 2004

Demonstração:

A Soma dos ângulos internos de um triângulo é 180°

- Recorte um triângulo de papel e marque seus três vértices A, B, C .
- O triângulo deve ter um ângulo obtuso e este será denominado como ângulo C.



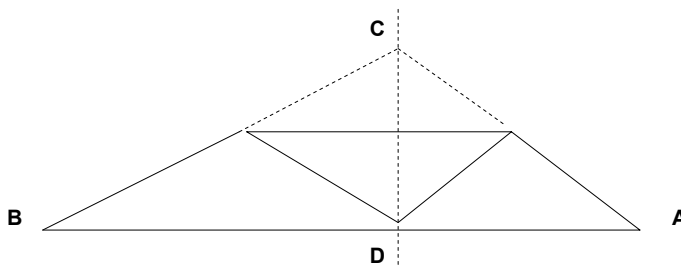
Origami: Matemática e Sentimento

Fatima, 2004

Demonstração:

A Soma dos ângulos internos de um triângulo é 180°

- Dobre o vértice C até o lado AB, certificando que essa dobra seja paralela ao lado AB.
- Você pode fazer uma dobra passando por C perpendicular a AB,
- Denomine o ponto onde essa dobra passa por AB como D.
- Agora dobre o Vértice C até ele tocar o ponto D



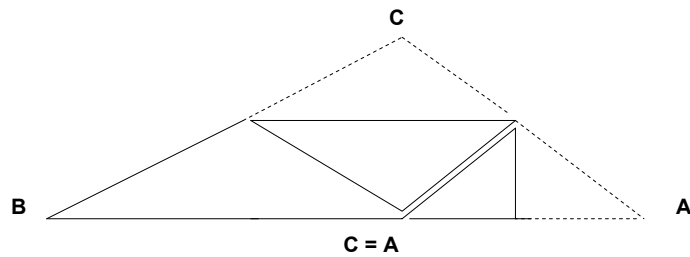
Origami: Matemática e Sentimento

Fatima, 2004

Demonstração:

Soma dos ângulos internos de um triângulo é 180°

- Repita este processo para o vértice A



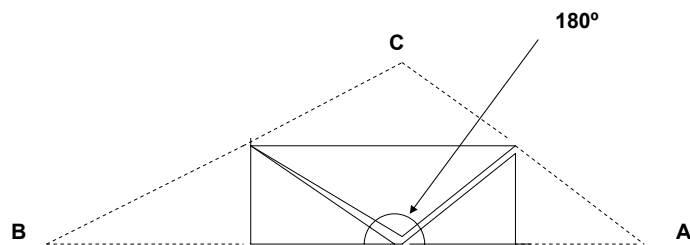
Origami: Matemática e Sentimento

Fatima, 2004

Demonstração:

A Soma dos ângulos internos de um triângulo é 180°

- Repita para o vertice B

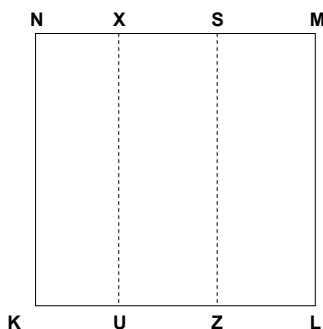


Origami: Matemática e Sentimento

Fatima, 2004

Demonstração Teorema de Pitágoras

- Com um quadrado de papel, KLMN. Faça as dobras XU e SZ. As dobras XU e SZ serão perpendiculares ao lado MN, e o quadrado será dividido em três retângulos congruentes. Desdobre o quadrado.

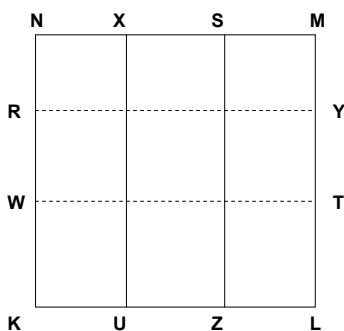


Origami: Matemática e Sentimento

Fatima, 2004

Demonstração Teorema de Pitágoras

- Faça as dobras RY e WT, sendo que RY e WT sejam perpendiculares ao lado NK, e o quadrado é dividido em outros três retângulos congruentes. Desdobre o quadrado

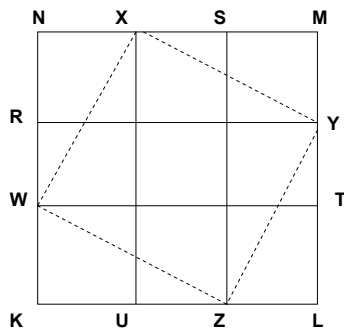


Origami: Matemática e Sentimento

Fatima, 2004

Demonstração Teorema de Pitágoras

- Faça as dobras WX, XY, YZ e ZW. Agora, com as marcas das dobras você tem o quadrado WXYZ inscrito no quadrador KLMN.

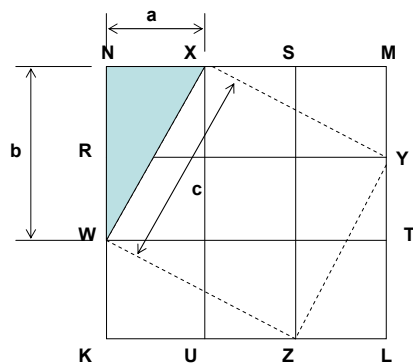


Origami: Matemática e Sentimento

Fatima, 2004

Demonstração Teorema de Pitágoras

- Analisando-se as relações entre a , b e c do triângulo abc mostrado:



Origami: Matemática e Sentimento

Fatima, 2004

Demonstração Teorema de Pitágoras

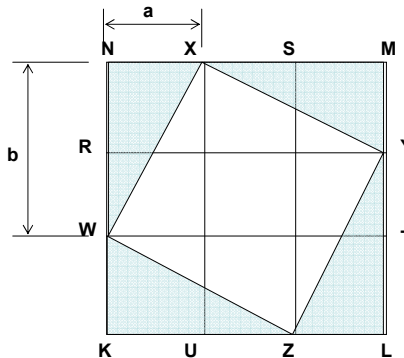
A área do quadrado KLMN = $(a + b)^2$.
 A área de um dos 4 triângulos é $\frac{1}{2} a \cdot b$.
 A área do quadrado WXYZ = c^2 .

Area(KLMN) = Area(WXYZ) + 4*Area(NXW).
 Então: $(a + b)^2 = c^2 + 4 \cdot (\frac{1}{2} a \cdot b)$.
 isto é:

$$a^2 + 2ab + b^2 = c^2 + 2ab.$$

ou

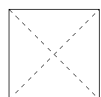
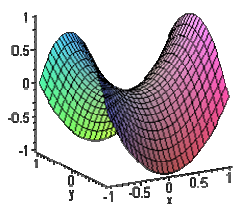
$a^2 + b^2 = c^2$,
 que é o Teorema de Pitágoras !



Origami: Matemática e Sentimento

Fatima, 2004

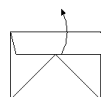
Funções Tridimensionais



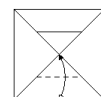
Crease the diagonals



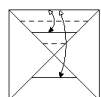
Fold the top edge to the center point, creasing only between the diagonals



Unfold



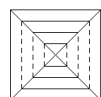
Repeat on the bottom (fold and unfold)



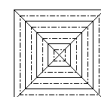
Fold and unfold on 1/4 and 3/4 marks



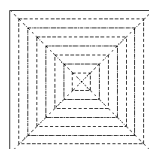
Repeat on the bottom



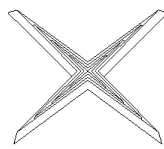
Repeat on left and right sides



Turn over, and crease in between the squares in the opposite direction



Final crease pattern
 --- Valley fold
 - - - Mountain fold



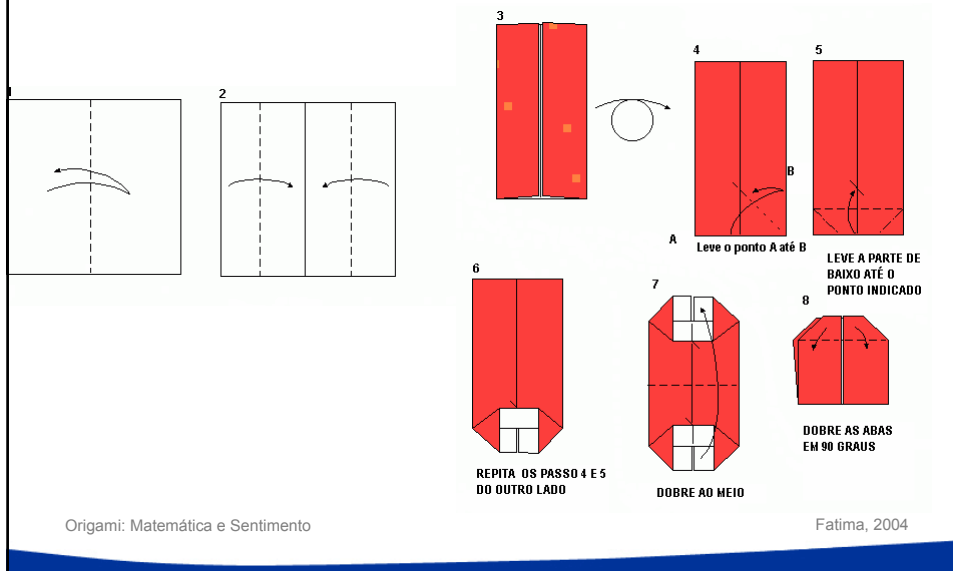
Folding the crease pattern completely forms an "X" shape



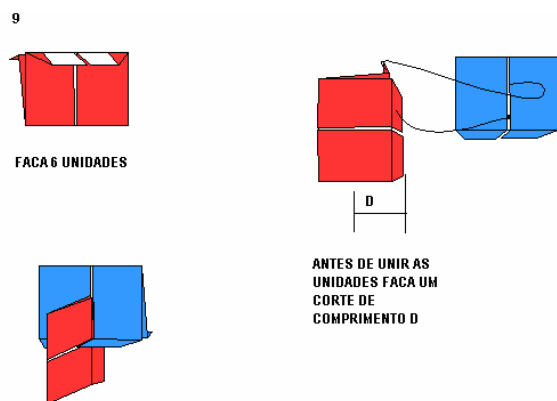
Partially opening it forms a hyperboloid

Origami: Matemática e Sentimento

Representação dos eixos cartesianos XYZ

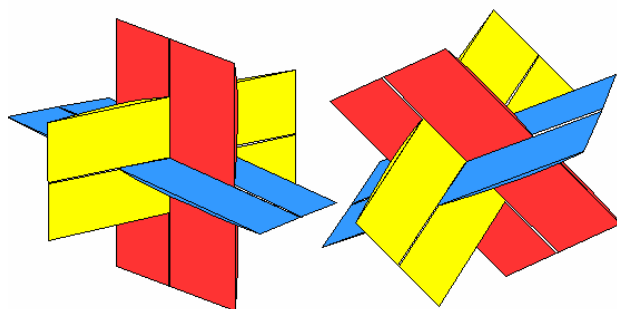


Representação dos eixos cartesianos XYZ



Representação dos eixos cartesianos XYZ

© Model Francis Ow
© Diagrams D.Petty



Origami: Matemática e Sentimento

Fatima, 2004

Exercícios

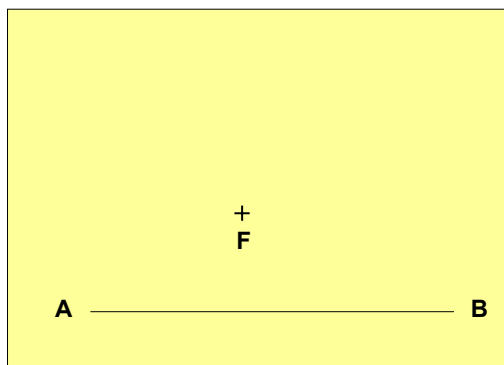
agora é a sua vez...

Origami: Matemática e Sentimento

Fatima, 2004

Cônica : Parábola

- Por definição é o lugar geométrico dos pontos eqüidistantes de um ponto fixo e de uma reta fixa de um plano.
- Desenha-se uma reta AB, horizontalmente numa folha de papel e marca-se, fora dessa reta, um ponto fixo F.

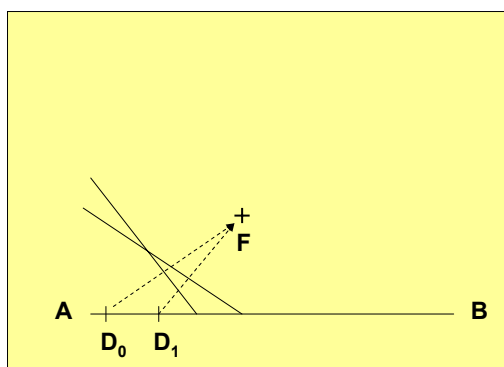


Origami: Matemática e Sentimento

Fatima, 2004

Cônica : Parábola

- Seleciona-se um ponto D qualquer sobre a reta, e dobra-se o papel de forma a fazer coincidir os pontos D e F.
- Traça-se sobre o papel a reta que coincide com a dobra.

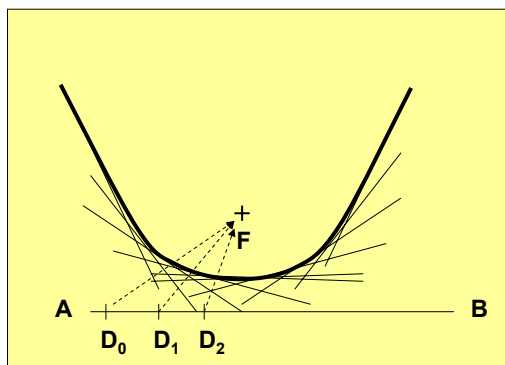


Origami: Matemática e Sentimento

Fatima, 2004

Cônica : Parábola

- Repetindo essa operação para diferentes escolhas do ponto D , em um número suficiente de vezes, poderá se observar que as dobras parecem tangenciar uma curva. Esta curva é uma parábola.

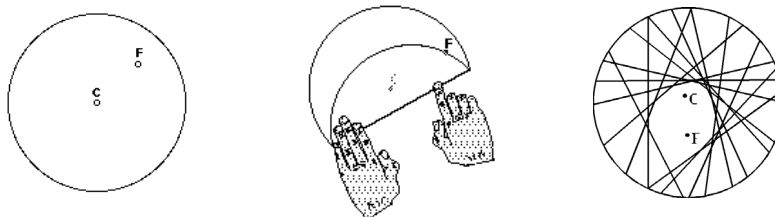


Origami: Matemática e Sentimento

Fatima, 2004

Elipse

- geométrico dos pontos de um plano cujas distâncias a dois pontos fixos desse plano têm soma constante.

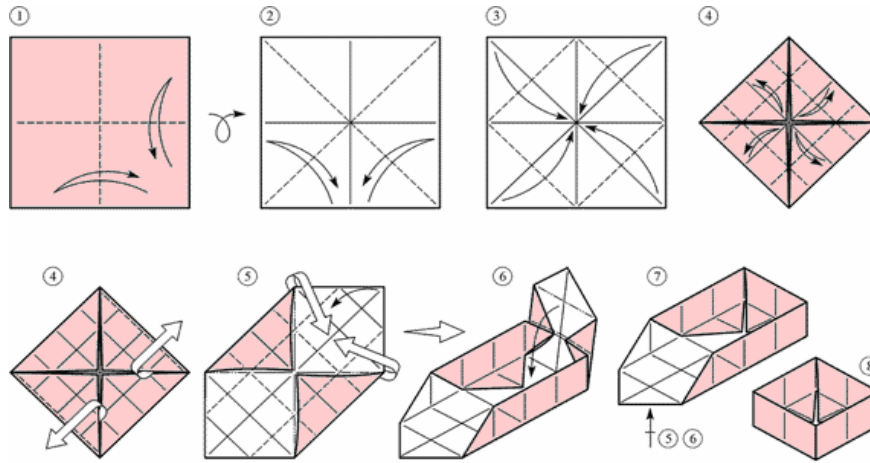


- tente agora a Hipérbole...

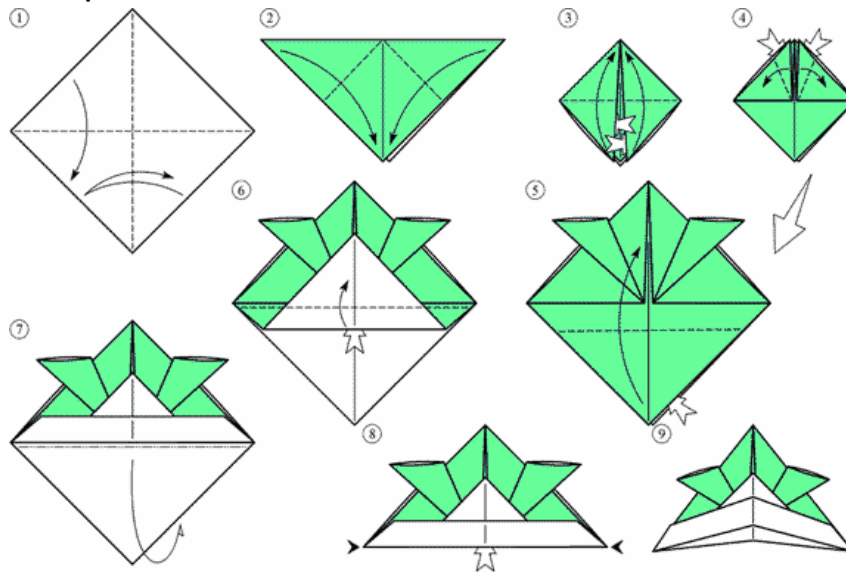
Origami: Matemática e Sentimento

Fatima, 2004

Caixa



Chapéu de Samurai



Conclusão

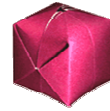
*Todo origami começa quando pomos as mãos em movimento.
Há uma grande diferença entre conhecer alguma coisa através da
mente e conhecer a mesma coisa através do tato.*

Tomoko Fuse, origamista japonesa

Referências Webgráficas

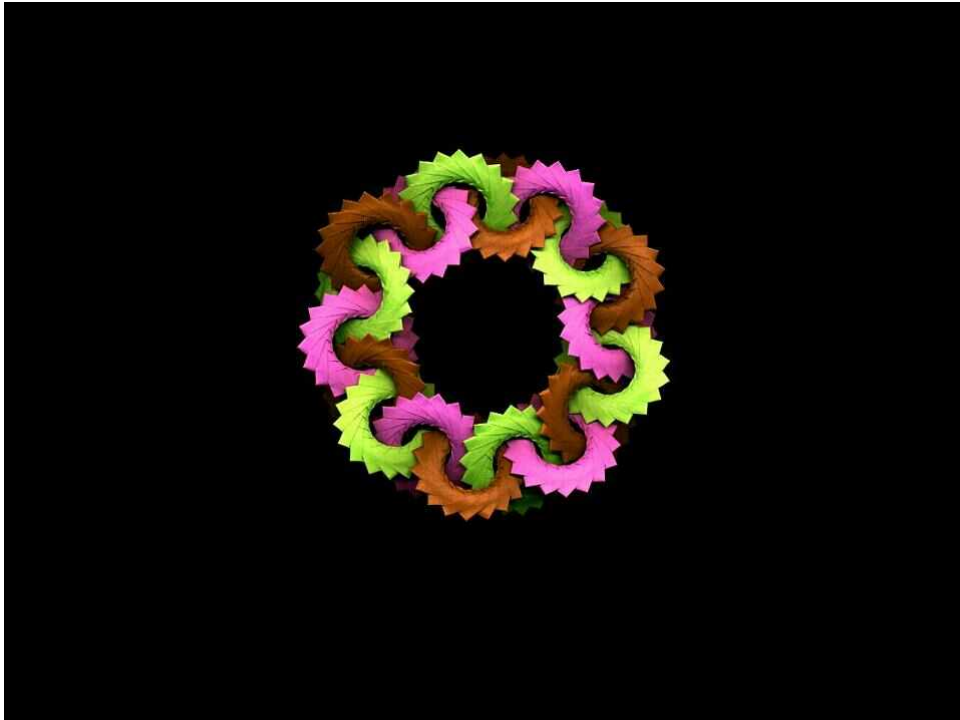
- **Asociación Española de Papiroflexia.** Disponível em <http://www.pajarita.org> ; Acessado em setembro de 2004
- **BOS. The British Origami Society**
<http://www.britishorigami.org.uk/>; Acessado em setembro de 2004.
- **HULL, T., Origami and Geometric Constructions, a comparison between straight edge and compass constructions and origami, 1997.** Disponível em <http://chasm.merrimack.edu/~thull/geoconst.html> (květen 2001); Acessado em setembro de 2004.

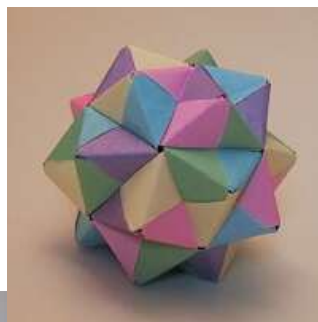
Outros Exemplos



Origami: Matemática e Sentimento

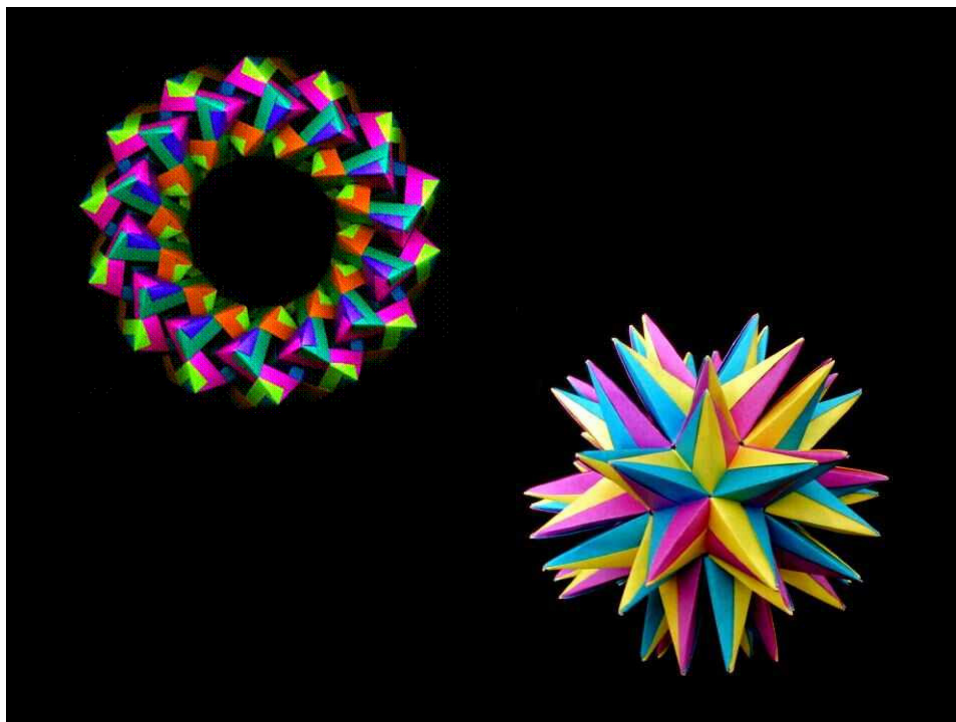
Fátima, 2004





Origami: Matemática e Sentimento

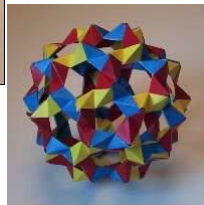
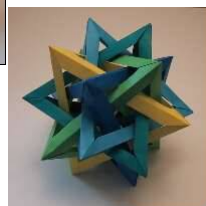
Fatima, 2004





Origami: Matemática e Sentimento

Fatima, 2004



Origami: Matemática e Sentimento

Fatima, 2004



Origami: Matemática e Sentimento

Fatima, 2004